MANUSCRITO

ESTUDIO DE LOS LIMITES ESTATICO-DINAMICOS EN CABLES LA-56

ELOY BELTRAN BELTRAN

ESTUDIO DE LOS LÍMITES ESTÁTICO-DINÁMICOS

- TENSE MÁXIMO -

En este estudio se pretende establecer los límites estático-dinámicos para diferentes vanos reguladores, a su vez, se conocerán los vanos máximos admisibles a través de dichos vanos reguladores con sus correspondientes coeficientes de seguridad al límite estático-dinámico, dando sus correspondientes flechas, dependiendo de la distancia entre conductores, dependiendo del desvío de la traza y la zona en la que nos encontremos, por ello elaboramos un modelo matemático único que englobe dichas variables para obtener de forma instantánea el vano máximo admisible al límite estático-dinámico, conocido como el máximo por estar al límite estático-dinámico, y máximo por ser el menor de las tres hipótesis. Por tanto establecer los límites de los vanos máximos admisibles, no pudiendo haber otro mayor, para el vano regulador al que corresponda su correspondiente C_s al límite estático-dinámico.

Para empezar el estudio, analizamos el comportamiento del C_s al límite estático-dinámico en función de su correspondiente vano regulador.

Tendremos 3, ZONA A, B y C. $\rightarrow f(x)_{ZONA:A}$; $f(x)_{ZONA:B}$ y $f(x)_{ZONA:C}$

El vano regulador en función del coeficiente de seguridad (C_s) para ZONA A:

$$f(x)_{ZONA:A} = 107'0005255039x^4 - 1435'7761133407x^3 + 7244'7561751934x^2 - 16394'4315734459x + 14187'967452995$$

$$f(x)_{ZONA:B} = 111'3412448956x^4 - 1324'1330929469x^3 + 5909'3350709529x^2 - 11845'2135449851x + 9131'5943538603$$

$$f(x)_{ZONA:C} = -38'7799066179x^3 + 315'4519226626x^2 - 919'0687712127x + 976'4913855776$$

Representado gráficamente en ejes X: C_s e Y: Vano (m), serán para cada zona una función polinómica que delimitará desde el mismo trazo de línea hacia su izquierda la imposibilidad de que se produzca un vano máximo admisible, siendo dicha función polinómica, el límite de estos vanos admisibles. Por ello y de forma representativa se muestra con los vanos máximos admisibles, que vienen siendo 5 funciones lineales correspondientes a 5 distancias entre conductores, D = 1, D = 1'25, D = 1'5, D = 1'75 y D = 2m, este gráfico se repetirá para cada zona

Eloy Beltrán Beltrán

Para establecer una formula matemática sencilla que englobe las variables del coeficiente de seguridad y la distancia entre conductores, lo que se hace es estudiar los coeficientes m y n de las funciones lineales de los vanos máximos admisibles para cada zona.

Luego, como tenemos 5 funciones lineales para cada distancia D, los coeficientes m en función de la distancia darán otra ecuación lineal.

$$D_1 f(m_1x+n_1) \cup D_2 f(m_2x+n_2) \cup D_3 f(m_3x+n_3) \cup D_4 f(m_4x+n_4) \cup D_5 f(m_5x+n_5)$$

$$D f(m) \cup D f(n) \rightarrow$$

$$f(C_S) = m \cdot C_S + n$$

$$f(x) = mx+n \rightarrow f(D) = m_1 D + n_1$$

$$f(x) = mx+n \rightarrow f(D) = m_2 D + n_2$$

$$f(C_S, D) = [(m_1 \cdot D) + n_1] \cdot C_S + (m_2 \cdot D) + n_2$$

$$D_1 = D_2 = D$$

Tendríamos para una zona la expresión del vano máximo admisible en función de dos variables, el coeficiente de seguridad y la distancia entre conductores, siendo m y n, constantes de la propia fórmula.

Si quisiéramos incorporar una nueva variable, el desvío, tendríamos muchas ecuaciones, en este caso lo que se hace es optimizar el sistema dejando el vano máximo admisible en función del coeficiente de seguridad y el desvío sin que entre en juego la distancia entre conductores:

Para cada zona tendremos 5 distancias entre conductores, a su vez cada distancia entre conductores tendrá 25 ecuaciones lineales $mx+n$ correspondientes al desvío de 0° hasta 120° en intervalos de 5°.

Si quisiéramos dejar el vano máximo admisible en función del coeficiente de seguridad (C_S) y el desvío de la traza sería.

$V = f(C_S, D_T)$ donde en primera instancia $f(C_S) = mx_1 + n_2 \rightarrow m \in x_1 = C_S$

y en segunda instancia $f(C_S \,\&\, D_T) = (A x_{11}^2 + B x_{12} + C_{13}) X_1 + A x_{21}^2 + B x_{22} + C_{23}$ por ello

$$D_T \rightarrow m \in (x_{11} \wedge x_{12}) \;\&\; n \in (x_{21} \wedge x_{22})$$

Quedando la expresión del vano máximo admisible en función de dos variables, X_n y X_{nn}, siendo A, B y C coeficientes de la propia formulación.

Si quisiéramos incorporar una nueva variable para una expresión única del vano máximo admisible, en función de su coeficiente de seguridad, Desvío de la traza y Distancia entre cachetes, respectivamente (C_S) (D_T) (D).

$$f(C_S \,\&\, D_T \,\&\, D) = \left[(m x_{111} + n_{112}) x_{11}^2 + (A x_{121}^2 + B x_{122} + C_{123}) x_{12} + m x_{131} + n_{132} \right] \cdot X_1 + \ldots$$

$$\left[(m x_{211} + n_{212}) \cdot x_{21}^2 + (A x_{221}^2 + B x_{222} + C_{223}) \cdot x_{22} + m x_{231} + n_{232} \right]$$ perteneciendo

$$D = m \in (x_{111} \wedge x_{121} \wedge x_{122} \wedge x_{131}) \;\&\; n \in (x_{211} \wedge x_{221} \wedge x_{222} \wedge x_{231})$$

Una función para cada zona, nos permitirá conocer el vano máximo admisible del límite estático-dinámico en función de 3 variables C_S, D_T y D.

Vamos a presentar los coeficientes con desvío $0°$ para ZONA A: de la expresión del vano máximo admisible en función de su coeficiente de seguridad y distancia entre cachetes:

$$V = f(C_S \,\&\, D) = \left[(m_1 \cdot D) + n_1 \right] \cdot C_S + (m_2 \cdot D) + n_2$$ siendo ...

$m_1 = -33'35486$; $n_1 = 8'76746$; $m_2 = 222'83806$; $n_2 = -50'04991$

$$f_{\text{ZONA: A}}(C_S \,\&\, D) = \left[-33'35486 \cdot D + 8'76746 \right] \cdot C_S + (222'83806 \cdot D) - 50'04991$$

Esta expresión valdrá para ZONA: A sin desvíos, los coeficientes se han obtenido con un error de 1, es decir nulo.

La obtención de dicha expresión se ha obtenido a partir de 5 ec lineales definidos por 5 distancias $D=1m$, $D=1'25m$, $D=1'5m$, $D=1'75m$ y $D=2m$

$D=1m \rightarrow f(C_s) \equiv f(x) \rightarrow x = C_s \rightarrow f(x) = mx+n$

$D=1m$ $f(x) = -24'76690x + 173'35749$
$D=1'25m$ $f(x) = -32'93170x + 228'53115$
$D=1'5m$ $f(x) = -40'86023x + 282'89991$
$D=1'75m$ $f(x) = -49'67803x + 340'17329$
$D=2m$ $f(x) = \underbrace{-58'08731x} + \underbrace{396'08499}$

Ambos coeficientes m y n, se comportan linealmente en función de la distancia entre conductores (D). por tanto saldrán dos ecuaciones lineales:

$f(x)_1 = -33'354860x + 8'767458$ y $f(x)_2 = 222'838064x - 50'049910$ respectivamente.

Sabiendo que $f(x)_1$ depende de (D) al igual que $f(x)_2$, pero en sintonía con dos variables, a $f(x)_1$ le será multiplicada el C_s

$f(C_s \not\! D) = f(x)_1 \cdot C_s + f(x)_2$ $(x_1 \wedge x_2) \in D$, la forma de elaborar ecuaciones es esta. utilizando el Excel, aproximamos cualquier función para agregar la tendencia y sacar la función, más concretamente, los coeficientes de la función, aprovechamos este método para agregarle una tercera variable, el desvío.

También se hizo lo mismo con el coeficiente de seguridad y el desvío de la traza pero no entraba en juego la distancia entre conductores, y de haberlo, saldrían 5 ecuaciones x 25, y no interesaba este método, pero nos sirvió para entender como se comportaba el desvío, no obstante exponemos:

Para una distancia entre conductores $D=1$ $f(C_s \not\! D_T)$

Siendo $D_{T_1} \rightarrow f(C_s)_1 \rightarrow x_1 = C_s \rightarrow f(x)_1 = mx_1+n$

$D_{T2} \rightarrow f(C_s)_2 \rightarrow x_2 = C_s \rightarrow f(x)_2 = mx_2+n$

$\vdots$

$D_{Tn} \rightarrow f(C_s)_n \rightarrow x_n = C_s \rightarrow f(x)_n = mx_n+n$

de 0° hasta 120° en intervalos de 5°, tendremos las siguientes ecuaciones lineales...

$X = C_S \rightarrow C_S\, f$(Número estatico-dinamico) $\rightarrow \varepsilon_R$

ZONA: A

$f(x)$ = VANO MAXIMO ADMISIBLE $\boxed{D = 1m}$

0° $f(x) = -24'7668993708x + 173'3574889452$

5° $f(x) = -24'7351142254x + 173'1500097828$

10° $f(x) = -24'6528648526x + 172'5526155003$

15° $f(x) = -24'5075969524x + 171'5380244861$

20° $f(x) = -24'3038880441x + 170'1172512030$

25° $f(x) = -24'0409636661x + 168'2902230583$

30° $f(x) = -23'7306305598x + 166'0954349632$

35° $f(x) = -23'3585373952x + 163'4902680003$

40° $f(x) = -22'9290646510x + 160'4927075487$

45° $f(x) = -22'4448964135x + 157'1113229835$

50° $f(x) = -21'9118848627x + 153'3699983259$

55° $f(x) = -21'3230464753x + 149'2512375597$

60° $f(x) = -20'6816968969x + 144'7684264148$

65° $f(x) = -19'9926766998x + 139'9418191925$

70° $f(x) = -19'2551033117x + 134'7733981390$

75° $f(x) = -18'4647352532x + 129'2568216536$

80° $f(x) = -17'6345691487x + 123'4383835382$

85° $f(x) = -16'7611919529x + 117'3119871003$

90° $f(x) = -15'8361094979x + 110'8569133495$

95° $f(x) = -14'8772691666x + 104'1376621776$

100° $f(x) = -13'8786331143x + 97'1429567986$

105° $f(x) = -12'8404428015x + 89'8786103167$

110° $f(x) = -11'7701232553x + 82'3792017123$

115° $f(x) = -10'6637696082x + 74'6385906774$

120° $f(x) = -9'5259922644x + 66'6780544628$.

$x = C_s$ C_s f.(límite elástico - dinámico) - a_r $\boxed{\text{ZONA: A}}$

f(x) = VANO MÁXIMO ADMISIBLE $\boxed{D = 1'25\,m}$

0° f(x) = -32'9316956729x + 228'5311516675

5° f(x) = -32'8927626891x + 228'2678679310

10° f(x) = -32'7819772145x + 227'4997854779

15° f(x) = -32'5992992744x + 226'2282914045

20° f(x) = -32'3412503703x + 224'4406071009

25° f(x) = -32'0105486777x + 222,1493053899

30° f(x) = -31'6084870293x + 219'3598644445

35° f(x) = -31'1368867132x + 216'0808975057

40° f(x) = -30'6007320171x + 212'3364711823

45° f(x) = -29'9786909442x + 208'0527099753

50° f(x) = -29'3551630768x + 203'4889366346

55° f(x) = -28'5484476026x + 198'1357451018

60° f(x) = -27'7407925122x + 192'5090672287

65° f(x) = -26'8615623761x + 186'4175301837

70° f(x) = -25'9236408966x + 179'9039607272

75° f(x) = -24'9241603829x + 172'9677501193

80° f(x) = -23'8651388602x + 165'6229631591

85° f(x) = -22'7503571792x + 157'8869471624

90° f(x) = -21'5853045873x + 149'7871348118

95° f(x) = -20'3641438009x + 141'3138144407

100° f(x) = -19'0970922678x + 132'5086094267

105° f(x) = -17'7726553963x + 123'3384057049

110° f(x) = -16'4114084654x + 113'8856682375

115° f(x) = -15'0050838588x + 104'1286900135

120° f(x) = -13'5584114049x + 94'0925000513

$x = G_S \rightarrow$ G_S (límite estático - dinámico) - 2R

$\boxed{\text{ZONA A}}$

$f(x)$ = VANO MAXIMO ADMISIBLE $\boxed{D = 1'5m}$

0° $f(x) = -40'8602332604x + 282'8999139838$

5° $f(x) = -40'8138308986x + 282'5858186494$

10° $f(x) = -40'6808959800x + 281'6654422132$

15° $f(x) = -40'4607588569x + 280'1341791146$

20° $f(x) = -40'1494226609x + 277'9833169809$

25° $f(x) = -39'7542488932x + 275'2395029273$

30° $f(x) = -39'2692101880x + 271'8844281416$

35° $f(x) = -38'6986967634x + 267'9357141269$

40° $f(x) = -38'0443535704x + 263'4029290390$

45° $f(x) = -37'2152306797x + 258'0275163589$

50° $f(x) = -36'4934982626x + 252'6248859440$

55° $f(x) = -35'5839552636x + 246'3683308508$

60° $f(x) = -34'6041221455x + 239'5842614880$

65° $f(x) = -33'5443685904x + 232'2577103784$

70° $f(x) = -32'4148546058x + 224'4289682772$

75° $f(x) = -31'2144445405x + 216'1005855189$

80° $f(x) = -29'9356740011x + 207'2613167125$

85° $f(x) = -28'5948666063x + 197'9673181586$

90° $f(x) = -27'1820262523x + 188'2010826872$

95° $f(x) = -25'7131316647x + 178'0200046466$

100° $f(x) = -24'1785907561x + 167'4063735464$

105° $f(x) = -22'5887419431x + 156'4016280799$

110° $f(x) = -20'9469940046x + 145'0308822312$

115° $f(x) = -19'2520347366x + 133'2988274736$

120° $f(x) = -17'5094602707x + 121'2361295106$

$X = C_S \rightarrow C_S\, f$ (límite estático − dinámico) → ΔR

ZONA: A

$f(x)$ = VANO MÁXIMO ADMISIBLE $\boxed{D = 1'75\,m}$

0° $f(x) = -49'2730348050x + 338'8569686651$

5° $f(x) = -49'2181333252x + 338'4884780767$

10° $f(x) = -49'0635783012x + 337'4140479549$

15° $f(x) = -48'7999325189x + 335'6069415614$

20° $f(x) = -48'4329888211x + 333'0870022015$

25° $f(x) = -47'9650540981x + 329'8608197691$

30° $f(x) = -47'3926618530x + 325'9244667810$

35° $f(x) = -46'7183831725x + 321'2901938195$

40° $f(x) = -45'9445556297x + 315'9676085014$

45° $f(x) = -45'0720381004x + 309'9668160858$

50° $f(x) = -44'1013988404x + 303'2946218918$

55° $f(x) = -43'0371851572x + 295'9727892793$

60° $f(x) = -41'8787643068x + 288'0082243328$

65° $f(x) = -40'6303924390x + 279'4198766845$

70° $f(x) = -39'2914395184x + 270'2175872719$

75° $f(x) = -37'8709383596x + 260'4361631563$

80° $f(x) = -36'3597376961x + 250'0594707711$

85° $f(x) = -34'7735631852x + 239'1450704933$

90° $f(x) = -33'1088625876x + 227'6965857180$

95° $f(x) = 31'3693561962x + 215'7345494185$

100° $f(x) = -29'5591344228x + 203'2847373283$

105° $f(x) = -27'6828718350x + 190'3761190631$

110° $f(x) = -25'7388327135x + 177'0155040500$

115° $f(x) = -23'7374422278x + 163'2494410541$

120° $f(x) = -21'6819753745x + 149'1018536850$

$x = C_3$ $C_3 f$ (limite elastico dinamico) **ZONA A**

$f(x)$ = VANO MAXIMO ADMISIBLE $\boxed{D = 2m}$

0° $f(x) = -58'0873064725x + 396'0849892762$

5° $f(x) = -58'0238574656x + 395'6619994740$

10° $f(x) = -57'8421155987x + 394'4196290973$

15° $f(x) = -57'5387750409x + 392'3461203487$

20° $f(x) = -57'1146269142x + 389'4484436485$

25° $f(x) = -56'5674779434x + 385'7239610704$

30° $f(x) = -55'9031328296x + 381'1924375178$

35° $f(x) = -55'1212254178x + 375'8589417876$

40° $f(x) = -54'2211550729x + 369'7266434437$

45° $f(x) = -53'2092085799x + 362'8193477019$

50° $f(x) = -52'0823326913x + 355'1380644177$

55° $f(x) = -50'8446704324x + 346'7016543874$

60° $f(x) = -49'5000809126x + 337'5304063045$

65° $f(x) = -48'0477460205x + 327'6340067780$

70° $f(x) = -46'4945173277x + 317'0409474847$

75° $f(x) = -44'8410599097x + 305'7657953153$

80° $f(x) = -43'0907238689x + 293'8306395445$

85° $f(x) = -41'2467650703x + 281'2570941879$

90° $f(x) = -39'3135867374x + 268'0729320559$

95° $f(x) = -37'2924469795x + 254'2952428868$

100° $f(x) = -35'1920159335x + 239'9636698504$

105° $f(x) = -33'0098038800x + 225'0894158469$

110° $f(x) = -30'7545202480x + 209'7118289495$

115° $f(x) = -28'4311020321x + 193'8616465273$

120° $f(x) = -26'0396392715x + 177'5570868613$

ZONA A:

Luego, analizando los coeficientes m y n, obtenemos para cada coeficiente una función polinómica de segundo grado (Ax^2+Bx+C).

[D = 1] $m \rightarrow f(x) = 0'0009840049x^2 + 0'0110231537x - 24'8785093202$

$n \rightarrow f(x) = -0'0068878507x^2 - 0'0771372854x + 174'1394820107$

[D = 1'25] $m \rightarrow f(x) = 0'0012524846x^2 + 0'0137934051x - 33'0706064806$

$n \rightarrow f(x) = -0'0086849091x^2 - 0'0965220743x + 229'5048658331$

[D = 1'5m] $m \rightarrow f(x) = 0'0015056098x^2 + 0'0170663410x - 41'0296144586$

$n \rightarrow f(x) = -0'0104323053x^2 - 0'1173556723x + 280'0774952024$

[D = 1'75m] $m \rightarrow f(x) = 0'0017816373x^2 + 0'0199324809x - 49'4740618164$

$n \rightarrow f(x) = -0'0122527850x^2 - 0'1370632368x + 340'2414661830$

$m \rightarrow f(x) = 0'0020693276x^2 + 0'0231489114x - 58'3210354229$

[D = 2m] $n \rightarrow f(x) = -0'0141106383x^2 - 0'1578217316x + 397'6807491462$

Siendo x = Desvío de traza o $D_T \rightarrow x = D_T$

Una vez obtenidas las funciones $f(x) = Ax^2+Bx+C$, se analiza su coeficiente A, B y C por separado en función de la distancia de conductores (D).

Representando el coeficiente A y B en la misma gráfica por ser de parecida magnitud y C en otra, por su elevada magnitud.

(A), el coeficiente tiende a una ecuación lineal, (B) a un polinómico de 2º orden y C a una ecuación lineal.

Los coeficientes se analizan para m y n, es decir

$$\left.\begin{aligned} m_n &\Rightarrow f(x) = Ax_n^2 + Bx_n + C_n \\ n_m &\rightarrow f(x) = Ax_m^2 + Bx_m + C_m \end{aligned}\right\}$$

$D_1 < \begin{matrix} m_1 \\ n_1 \end{matrix}$

$D_2 < \begin{matrix} m_2 \\ n_2 \end{matrix}$

$\vdots$

$D_n < \begin{matrix} m_{n_1} \rightarrow Ax_n^2 + Bx_n + C_n \\ n_{n_2} \rightarrow Ax_m + Bx_m + C_m. \end{matrix}$

El coeficiente A será analizado por m y n, y por ello se elabora la siguiente matriz: para distancias D en D^m y D^n para A, B y C

D^m	A^m	B^m	C^m
1	0'0009840049	0'0110231537	-24'8785093202
1'25	0'0012524846	0'0137934051	-33'0706064806
1'5	0'0015056098	0'0170663410	-41'0296144586
1'75	0'0017816373	0'0199324809	-49'4740618164
2	0'0020693276	0'0231489114	-58'3210354229

D^n	A^n	B^n	C^n
1	-0'0068878507	-0'0771372854	174'1394820107
1'25	-0'0086849091	-0'0965220743	229'5048658331
1'5	-0'0104323053	-0'1173556723	280'0774952024
1'75	-0'0122527850	-0'1370632368	340'2414661830
2	-0'0141106383	-0'1578217316	397'6807491462

$$\left.\begin{aligned} A^m\ f(D^m) &= 0'0010799192x - 0'0001012660 \\ B^m\ f(D^m) &= 0'0121562365x - 0'0012414963 \\ C^m\ f(D^m) &= -33'3154030165x + 8'6183390250 \end{aligned}\right\} \quad D^m = x$$

y para el coeficiente n, igualmente...

$A^n \; f(D^n) = -0'0072053804x + 0'0003343730$

$B^n \; f(D^n) = -0'0807640220x + 0'0039660329$ $\qquad D^n = x$

$C^n \; f(D^n) = 223'1276538484x - 50'3626690975$

$A \wedge B \wedge C \quad f(D) \rightarrow f(D^m) \wedge f(D^n)$

Por tanto el vano máximo admisible puede estar en función de 3 variables, representadas en una fórmula única de 6 ecuaciones lineales, 3 ecuaciones en (m) y otras 3 en (n).

$$m \rightarrow f(C_S \emptyset D_T \emptyset D) = \left[(mx+n)\cdot x^2 + (mx+n)x + (mx+n)\right]$$

$$n \rightarrow f(C_S \emptyset D_T \emptyset D) = \left[(mx+n)\cdot x^2 + (mx+n)x + (mx+n)\right]$$

$$VANO \rightarrow mx+n \rightarrow f(x) = \left[(mx+n)x^2 + (mx+n)x + (mx+n)\right]x + \left[(mx+n)x^2 + (mx+n)x + (mx+n)\right]$$

Quedado así: C_S, D_T y D

$$f(C_S \emptyset D_T \emptyset D) = \left[(m\cdot D+n)D_T^2 + (m\cdot D+n)D_T + (m\cdot D+n)\right]C_S + \left[(m\cdot D+n)D_T^2 + (m\cdot D+n)D_T + (m\cdot D+n)\right]$$

$$f(x) = \left[(mx_{111}+n_{112})x_{11}^2 + (mx_{121}+n_{122})x_{12} + (m_{131}+n_{132})\right]\cdot x_1 + \left[(mx_{211}+n_{212})x_{21}^2 + (mx_{221}+n_{222})x_{22} + (mx_{231}+n_{232})\right]$$

$\rightarrow m \in (x_1 = C_S)$

$\rightarrow m \in (x_{11} \wedge x_{12})$, $n \in (x_{21} \wedge x_{22}) = D_T$

$\rightarrow m \in (x_{111} \wedge x_{121} \wedge x_{122} \wedge x_{131})$, $n \in (x_{211} \wedge x_{221} \wedge x_{222} \wedge x_{231}) = D$

En cada zona habrá una ecuación de este tipo, no obstante tras la obtención de los coeficientes m y n, podrá simplificarse.